

基于小波变换的多普勒频率变化率高精度估计方法

郁春来¹, 吕韶昱^{1,2}, 万 方³, 万建伟¹

(1. 国防科学技术大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073;

2. 92941 部队, 辽宁葫芦岛 125000; 3. 空军雷达学院研究生管理大队, 湖北武汉 430019)

摘 要: 在单站无源定位与跟踪系统中, 获取多普勒频率变化率信息对运动目标的状态估计和定位具有非常重要的意义. 多普勒频率变化率非常微弱, 很难精确测量. 小波变换是一种时频局域化的分析方法, 具有较低的信噪比门限. 本文提出了基于小波变换的多普勒频率变化率估计方法, 计算机仿真研究表明本文提出的方法具有较低的信噪比门限, 并且可以快速精确地实现参数估计.

关键词: 多普勒频率变化率; 小波变换; 参数估计

中图分类号: TN973 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2007) 09-1656-04

An Accurate Estimation Algorithm for Doppler Frequency Rate-of-Change Based on Wavelet Transform

YU Chun-lai¹, LV Shao-yu^{1,2}, WAN Fang³, WAN Jian-wei¹

(1. College of Electronic Science and Engineering, NUDT, Changsha, Hunan 410073, China;

2. 92941 Unit of PLA, Huludao, Liaoning 125000, China; 3. Group of Graduate Management, AFRA, Wuhan, Hubei 430019, China)

Abstract: In the passive locating and tracking system of single observer, an obtainment of Doppler Frequency Rate of Change is very important for the state estimation and location of a moving target. The Doppler Frequency Rate of Change is very difficult to estimate accurately because of its subtleness. Wavelet transform has the time frequency localization characteristic and low SNR threshold. An algorithm based on wavelet transform is proposed to estimate the Doppler Frequency Rate of Change, the computer simulation study shows that this algorithm has low SNR threshold and obtain the parameter estimation fast and accurately.

Key words: Doppler frequency rate of change; wavelet transform; parameter estimation

1 引言

在单站无源定位与跟踪系统中, 在观测平台不动的情况下可通过获取运动目标的 DOA(波达方向)、波达角变化率和径向加速度信息实现定位和跟踪. 目标相对于观测平台的径向加速度信息反映在接收信号的多普勒频率变化率中^[1,2]. 因此研究多普勒频率变化率信息的高精度估计对于运动目标的定位和跟踪具有非常重要的意义. 文献[2]研究了通过两次频率测量值的差分来估计多普勒频率变化率的方法; 文献[3]研究了多普勒频率变化率参数估计的最大似然估计方法; 文献[4]通过相位多项式建模的方法估计多普勒频率变化率; 文献[5]通过对信号做谱相关来获取多普勒频率变化率信息.

从多项式相位建模参数估计的 CRLB(Cramer-Rao 下限)可以看出^[6]: 多普勒频率变化率参数估计的 CRLB

与信号有效观测时间长度的平方及 SNR(信号噪声比)成反比, 信号有效观测时间长度和 SNR 是影响多普勒频率变化率估计精度的主要因素. 由于实际运动目标速度的限制, 反映到接收信号中的多普勒频率变化率信息非常微弱. 而且雷达信号大多为持续时间比较短的脉冲, 由单个脉冲信号很难获得精确的估计. 但是对于新体制雷达来说, 其雷达信号大多采用相参载频的形式, 对于相参形式的信号可以利用其相参载频的特性, 等效延长了信号有效观测时间, 有可能获得很高的参数估计精度^[5]. 小波变换方法是一种时频局域化分析方法, 近年来在高分辨谱估计中获得广泛应用^[7,8]. 相比于许多现代谱估计方法, 小波变换方法具有较低的信噪比门限^[8], 也有可能提高多普勒频率变化率的估计精度. 本文将小波变换应用于单站无源定位与跟踪系统的参数估计中, 提出了一种高精度的多普勒频率变化率参数估计的新方法.

2 信号模型

假设目标辐射源发射载频为 f_c 的信号, 目标辐射源发射的相参脉冲序列的数学模型可表示为:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left[\frac{t-nT_r}{\tau}\right] \exp[j(2\pi f_c t + \varphi_0)] \quad (1)$$

式(1)中 φ_0 为初始相位, $\text{rect}(t/\tau)$ 为脉宽为 τ 的矩形函数, T_r 为脉冲重复周期。

由于目标和观测平台之间的相对运动, 信号到达观测平台的延迟量是时间的函数, 满足:

$$\Delta(t) = R(t)/c \quad (2)$$

其中 c 为信号传播的速度, $R(t)$ 为观测平台和目标之间的距离, 在单站无源测距定位系统中, 观测平台依靠接收目标辐射的信号工作, 此时 $\rho=1$ 。

由于目标雷达一般会做一定方式的扫描, 观测平台在一次扫描周期内接收到的信号时长很短, 因此在一次扫描周期内, 观测平台和目标之间的距离 $R(t)$ 可以近似展开为时间的二项式, 一次项反映了目标的径向速度, 二次项反映了目标的径向加速度。此时多普勒频率变化率可以近似为一个常量 α 。则接收信号的模型可以表示为:

$$s(t) = x(t - \Delta(t)) + v(t) \\ = \sum_{p=0}^{P-1} A_p \exp[j(2\pi f_c t + \pi \alpha^2 t^2 + \varphi_0)] \text{rect}\left[\frac{t - T_p}{\tau_p}\right] + v(t) \quad (3)$$

式(3)中: f_c 为信号载频, φ_0 为初始相位, T_p 和 τ_p 分别为第 p 个脉冲的起始时刻和脉冲宽度, P 为一次扫描周期内接收到脉冲的个数, $v(t)$ 为零均值高斯白噪声, 并假设其实部和虚部相互独立且方差都为 $\sigma^2/2$ 。经过混频、下变频后, 可以得到接收信号的中频形式:

$$s(t) = \sum_{p=0}^{P-1} A_p \exp[j(2\pi f_i t + \pi \alpha^2 t^2 + \varphi_0)] \text{rect}\left[\frac{t - T_p}{\tau_p}\right] + v(t) \quad (4)$$

式(4)中 f_i 为接收信号的中频。

3 连续小波变换

对于任意的函数或信号 $s(t)$, 其小波变换定义为:

$$WT(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \Psi_{a,b}^*(t) dt \quad (5)$$

式(5)中的 a 为伸缩因子, b 为平移因子, $*$ 为取共轭运算符。对于连续的情况, 小波函数可以表示为:

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{a} \Psi\left[\frac{t-b}{a}\right], \quad a \in \mathbb{R}^+; b \in \mathbb{R} \quad (6)$$

$\Psi(t)$ 为母小波, 是函数空间 $L^2(\mathbb{R})$ 中满足容许性条件:

$$C_\Psi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (7)$$

的函数, 式(7)中 $\Psi(\omega)$ 为母小波 $\Psi(t)$ 的傅立叶变换。小波变换的时间分辨率 Δt 和频率分辨率 Δf 的乘积与母小波的选取密切相关, 根据 Heisenberg-Gabor 准则, Δt

和 Δf 的乘积满足:

$$\Delta t \cdot \Delta f \geq \frac{1}{4\pi} \quad (8)$$

从式(8)可以看出: 小波变换的时间分辨率和频率分辨率不可能任意的小, 要获得高的频率分辨率一种方法是增加数据的观测时间长度(等效于降低时间分辨率), 另一种方法是选取合适的母小波函数, 使之尽量接近式(8)的下限。Morlet 小波近似满足式(8)的条件^[9]。一维 Morlet 复值母小波的表达式为:

$$\Psi(t) = \left[\frac{2}{\pi\beta}\right]^{1/4} \exp\left[-\frac{1}{2\beta}t^2 + j\omega_0 t\right] \quad (9)$$

式(9)中 $\beta = \frac{\log(2)}{(\pi \cdot BW)^2} \approx \frac{0.07}{BW^2}$, BW 为小波的带宽^[10], ω_0 为母小波的中心频率, $\omega_0 > 5$ 时近似满足式(7)容许性条件的要求。

4 基于小波变换的多普勒频率变化率估计算法

单独研究式(4)中第 p 个脉冲:

$$s_p(t) = A_p \exp[j(2\pi f_i t + \pi \alpha^2 t^2 + \varphi_p)] + v(t) \\ t \in [T_p, T_p + \tau_p] \quad (10)$$

令 $t_p = t - T_p$, 式(10)可以写成:

$$s_p(t_p) = A_p \exp[j(\omega_p t_p + \pi \alpha^2 t_p^2 + \varphi_p)] + v(t_p) \\ t_p \in [0, \tau_p] \quad (11)$$

式(11)中: $\omega_p = 2\pi(f_i + \alpha T_p)$, $\varphi_p = \varphi_0 + 2\pi f_i T_p + \pi \alpha T_p^2$ 分别为第 p 个脉冲的初始频率和初始相位。将式(6)、式(9)和式(1)代入式(5)得到第 p 个脉冲的小波变换为:

$$WT_p(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_p(t_p) \frac{1}{a} \Psi^*\left[\frac{t_p - b}{a}\right] dt_p = \frac{A_p}{a} \left[\frac{2}{\pi\beta}\right]^{1/4} \int_0^{\tau_p} \\ \cdot \exp\left[j(\omega_p t_p + \pi \alpha^2 t_p^2 + \varphi_p) - \frac{1}{2\beta} \left[\frac{t_p - b}{a}\right]^2 - j\omega_0 \left[\frac{t_p - b}{a}\right]\right] \\ dt_p + \varepsilon(t_p) \quad (12)$$

由于小波变换具有线性特性, 式(12)中 $\varepsilon(t_p)$ 为 $v(t_p)$ 的小波变换值, $\varepsilon(t_p)$ 仍可近似为零均值复高斯白噪声。文献^[11]证明当 $\text{SNR} \gg 1$ 时, 加性噪声 $\varepsilon(t_p)$ 可以近似等效为信号的相位噪声 $u(t_p)$, $u(t_p)$ 是方差为 σ_u^2 实数零均值高斯白噪声, 近似表达式成立的信噪比阈值为 10dB ^[12]。由于频率变化率 α 非常小, 可忽略式(12)中的 $\pi \alpha^2$ 项, 可以得到近似表达式(13):

$$WT_p(a, b) \approx \frac{A_p}{a} \left[\frac{2}{\pi\beta}\right]^{1/4} \exp[j(\varphi_p)] \int_0^{\tau_p} \exp \\ \left\{ -\frac{1}{2\beta a^2} [(t_p - b)^2 - j2\beta a(\omega_p - \omega_0)t_p] \right\} dt_p + \varepsilon(t_p) \quad (13)$$

化简式(13)得到式(14):

$$WT_p(a, b) \approx \frac{A_p}{a} \left[\frac{2}{\pi\beta}\right]^{1/4} \exp\left[-\frac{\beta}{2}(\omega_0 - \omega_p)^2 + j(\omega_p b + \varphi_p)\right] \\ \int_0^{\tau_p} \exp\left\{ -\frac{1}{2\beta a^2} [t_p - b + j\beta a(\omega_0 - \omega_p)]^2 \right\} dt_p + \varepsilon(t_p) \quad (14)$$

考虑到小波的时域局部化的特性,选择小波的时域窗 D_t 的宽度满足 $D_t < \tau_p$, 并且取时移 $b = b_p = \tau_p/2$ 时,式(14)中的积分式可以近似为:

$$\int_0^{\tau_p} \exp \left\{ -\frac{1}{2\beta a^2} [t_p - b + j\beta a(\omega_0 - a\omega_p)]^2 \right\} dt_p \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{1}{2\beta a^2} [t_p - b_p + j\beta a(\omega_0 - a\omega_p)]^2 \right\} dt_p \quad (15)$$

根据 Γ -函数性质: $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \int_0^{+\infty} \exp(-u^2) du =$

$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-u^2) du = \sqrt{\pi}$ 化简式(15)得到:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{1}{2\beta a^2} [t_p - b_p + j\beta a(\omega_0 - a\omega_p)]^2 \right\} dt_p = \sqrt{2\beta a} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-u^2) du = \sqrt{2\pi\beta a} \quad (16)$$

将式(16)代入(14)得到第 p 个脉冲的小波变换表达式:

$$WT_p(a, b_p) \approx A_p (8\pi\beta)^{V/4} \exp \left[-\frac{\beta}{2} (\omega_0 - a\omega_p)^2 + j(\omega_p b_p + \varphi_p) \right] + \varepsilon(t_p) \quad (17)$$

从式(17)可见当 $\omega_p = \omega_0/a$ 时,小波变换系数的模 $|WT_p(a, b_p)|$ 有极大值,且与平移因子 b 无关. 设 $a = a_p$ 为 $WT_p(a, b_p)$ 的模极大值点,信噪比足够大时 $WT_p(a_p, b_p)$ 的相位可近似为:

$$\arg[WT_p(a_p, b_p)] = \omega_p b_p + \varphi_p + u(t_p) \quad (18)$$

基于式(18)可以用最小方差法^[11]进行参数估计. 但是 $WT_p(a_p, b_p)$ 的相位以 2π 为模存在相位模糊,直接用式(18)进行参数估计需要去相位模糊,因此首先要解决相位去模糊的问题. 定义 $P-2$ 阶列向量算子 Q , 满足:

$$Q(p) = WT_p \cdot (WT_{p+1}^2)^* \cdot WT_{p+2} \exp \left[-j \frac{\omega_0}{a} E_T(p) \right], \quad p = 0, 1, \dots, P-3 \quad (19)$$

式(19)中 $E_T(P) = \left[T_p + \frac{T_p}{2} \right] + \left[T_{p+2} + \frac{T_{p+2}}{2} \right] - 2 \left[T_{p+1} + \frac{T_{p+1}}{2} \right]$, $\hat{a} = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} a_p$ 为 P 个脉冲对应尺度的平均值, $*$ 为取共轭运算符.

将式(17)代入式(19)得到变量 $Q(p)$ 的相位:

$$\arg[Q(p)] = \left\{ 2\varphi_p - \frac{\omega_0}{a} \right\} E_T(p) + \pi a [(T_p^2 + T_{p+2}^2 - 2T_{p+1}^2) + (T_p T_p + T_{p+2} T_{p+2} - 2T_{p+1} T_{p+1})] + \nabla(p) \quad (20)$$

式(20)中 $\nabla(p) = u(t_p) + u(t_{p+2}) - 2u(t_{p+1})$ 是由系数分别为 1、-2 和 1 构成的 MA(滑动平均)过程.

为了保证 $Q(p)$ 相位值不出现模糊,要求尺度 a 的估计精度 σ_a 满足:

$$|\sigma_a \sigma_T| \ll \pi \quad (21)$$

式(21)中 $\sigma_T \approx \int_{\max}(E_T)^2$ 可以看作是脉冲重复周期 T_r 的随机抖动方差. 雷达脉冲重复周期很稳定,一般都能

满足式(21),可以保证 $Q(p)$ 的相位值在 $(-\pi, \pi]$ 范围内,算子 $Q(p)$ 将不会出现相位模糊. 通过测量算子 $Q(p)$ 的相位,可以得到相位序列:

$$Z(p) = \arg[Q(p)] + \frac{\omega_0}{a} E_T(p), \quad p = 0, 1, \dots, P-3 \quad (22)$$

由式(20)可知,式(22)的矢量形式可以表示为:

$$Z = H\theta + \nabla \quad (23)$$

式(23)中 Z 为 $P-2$ 维列向量, $\theta = [f_1, a]^T$ 为待估计的参数, H 为 $(P-2 \times 2)$ 维观测矩阵. 采用加权最小二乘的方法估计参数 θ , 加权最小二乘估计的准则为:

$$\hat{\theta}_{WLS} = \arg \min [(Z - H\theta)^T W (Z - H\theta)] \quad (24)$$

式(24)中 W 为权矩阵,可以得到 θ 的加权最小二乘估计为:

$$\hat{\theta}_{WLS} = (H^T W H)^{-1} H^T W Z \quad (25)$$

估计的方差阵为:

$$\text{var}(\hat{\theta}_{WLS}) = (H^T W H)^{-1} H^T W R_u W H (H^T W H)^{-1} \quad (26)$$

式(26)中噪声误差方差阵 $R_u = \text{cov}(\nabla)$, 当权矩阵 $W = R_u^{-1}$ 时,估计方差阵最小. 当噪声比较平稳时可以得到:

$$R_u = \sigma_u^2 \begin{bmatrix} 6 & -4 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -4 & 6 & -4 & 1 & \ddots & \vdots \\ 1 & -4 & 6 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \ddots & -4 & 1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & -4 & 6 & -4 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -4 & 6 \end{bmatrix}_{P-2 \times P-2} = \sigma_u^2 R \quad (27)$$

将式(27)代入式(25)可得:

$$\hat{\theta}_{WLS} = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} Z \quad (28)$$

由式(28)可知估计值不依赖于噪声方差 σ_u^2 .

5 计算机仿真实例

在计算机仿真实验中,信号参数为:中心频率 $f_1 = 30\text{MHz}$, 采样频率 $f_s = 100\text{MHz}$, 脉冲重复周期 $T_r = 1\text{ms}$, 脉冲宽度 $\tau = 0.5\mu\text{s}$, 多普勒频率变化率真值 $\alpha = 55\text{Hz/s}$. 仿真了算法在不同 SNR 下参数估计的性能. 仿真结果如表 1 和表 2 所示. 从表 1、2 的仿真结果中可以看出:

(1) 算法的信噪比门限为 0dB 左右, 当信噪比低于 0dB 时, 即使增加脉冲个数, 算法也不收敛. 当信噪比高于 0dB 时, 算法的参数估计精度接近 Cramer Rao 下限.

(2) 估计方差随着脉冲个数的增加下降很快, 算法收敛时, 脉冲个数增加一倍, 估计方差下降远超过一倍.

(3) 当算法收敛时, 多普勒频率变化率的估计精度能够达到单站无源定位与跟踪系统所要求的精度 Hz/s .

如图 1、2 所示。

表 1 脉冲数为 50 时多普勒频率变化率估计方差

SNR(dB)	-5	0	5	10	15	20	25	30
CRLB	10.0749	3.1860	1.0075	0.3186	0.1007	0.03185	0.0101	0.0032
估计方差	674.4213	5.4733	1.1853	0.4951	0.1038	0.0486	0.0216	0.0093

表 2 脉冲数为 100 时多普勒频率变化率估计方差

SNR(dB)	-5	0	5	10	15	20	25	30
CRLB	0.2993	0.0946	0.0299	0.0095	0.0030	0.0009	0.0003	0.0001
估计方差	510.0608	0.3231	0.0526	0.0181	0.0073	0.0018	0.0003	0.0002

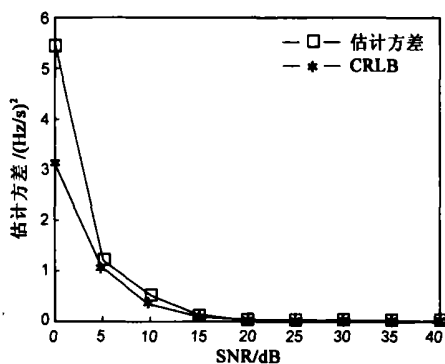


图 1 脉冲数为 50 时的估计精度

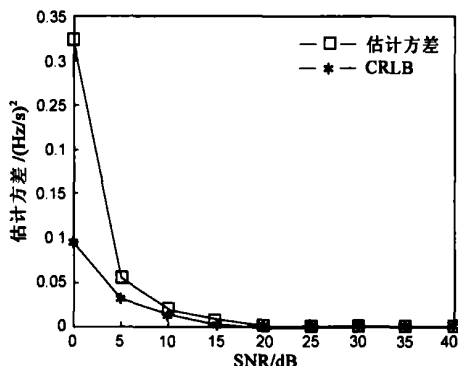


图 2 脉冲数为 100 时的估计精度

6 结束语

本文提出了一种基于小波变换的多普勒频率变化率高精度估计方法。通过对信号做小波变换获得了较低的信噪比门限,对信号的小波变换系数进行相关变换并进行相位差分,消除了相位模糊,根据相位的估计值得到了多普勒频率变化率的加权最小二乘估计。算法具有很高的参数估计精度,并且运算量小,具有较低的信噪比门限,可以满足单站无源定位与跟踪的精度要求。

参考文献:

- [1] 冯道旺. 利用径向加速度信息的单站无源定位技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学电子科学与工程学院, 2003.
- [2] 郭福成. 基于运动学原理的单站无源定位与跟踪关键技术

术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学电子科学与工程学院, 2002.

- [3] Abatzoglou T. Fast maximum likelihood joint estimation of frequency and frequency rate[J]. IEEE Trans Aerosp Electron, 1986, AES-22(6): 708-714.
- [4] Djuric Petar M, Kay Steven M. Parameter estimation of chirp signals[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1990, 38(12): 2118-2126.
- [5] 冯道旺, 周一宇, 李宗华. 相参脉冲序列多普勒变化率的一种快速高精度测量方法[J]. 信号处理, 2004, 20(1): 40-43.
- [6] Ristic Branko, Boashash Boualem. Comments on the cramer rao lower bounds for signals with constant amplitude and polynomial phase[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(6): 1708-1709.
- [7] 丁宏, 戴逸松, 石要武. 采用小波变换对短数据信号的谱估计方法[J]. 电子学报, 1997, 25(1): 11-14.
- [8] 潘明海, 刘永坦, 赵淑清, 等. 利用小波变换的高性能谱估计算法[J]. 电子科学学刊, 2000, 22(4): 555-559.
- [9] Rioul O, Vetterli M. Wavelets and signal processing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1991, 8(4): 14-38.
- [10] Schepher R A, Teolis A. Cramer rao bounds for wavelet transform based instantaneous frequency estimates[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(6): 1593-1603.
- [11] Tretter S A. Estimating the frequency of a noisy sinusoid by linear regression[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1985, 32(6): 832-835.

作者简介:



郁春来 男, 1981年2月出生于江苏省涟水县, 博士研究生. 主要从事雷达信号处理、电子对抗以及单站无源定位与跟踪等方向的研究工作. E-mail: yuchunkai@nudt.edu.cn



吕韶昱 男, 1973年出生于山西省兴县, 工程师, 博士研究生. 主要从事靶场测控、信号处理以及雷达低空目标跟踪测量方面的研究. E-mail: lvshaojun@nudt.edu.cn

万方 女, 1981年出生于天津静海, 博士研究生, 主要从事计算机仿真与系统设计方面的研究。

万建伟 男, 1964年出生于江西南昌, 教授, 博导. 主要研究方向为现代信号处理。